[සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

(නව නිර්දේශය / புதிய பாடத்திட்டம் / New Syllabus)

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10 S II

පැය තුනයි
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 යි
மேலதிக வாசிப்பு நேரம் - 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තෝරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවීමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

විභාග අංකය | | | | | | | |

උපදෙස්:

* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17).
* **A කොටස:**
  සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිත කළ හැකි ය.
* **B කොටස:**
  ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසිවල ලියන්න.
* නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු **A කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රය, **B කොටසෙහි** පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ශාලාධිපතිට භාර දෙන්න.
* ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි **B කොටස පමණක්** විභාග ශාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
* මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

(10) සංයුක්ත ගණිතය II		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලකුණු
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	

එකතුව

ඉලක්කමෙන්	
අකුරින්	

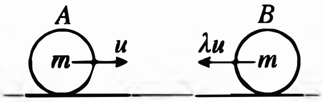
සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක		
පරීක්ෂා කළේ:	1	
	2	
අධීක්ෂණය කළේ:		

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

A කොටස

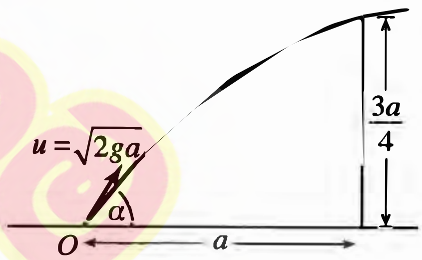
1. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත එකම සරල රේඛාවේ එහෙත් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හි හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් u හා λu වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. ගැටුමට මොහොතකට පසු A හි ප්‍රවේගය සොයා $\lambda > \frac{1}{3}$ නම්, A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව පෙන්වන්න.



2. අංශුවක් තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට $u = \sqrt{2ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස $\frac{3a}{4}$ වූ සිරස් බිත්තියකට යාන්තමින් ඉහළින් යයි.

$\sec^2\alpha - 4\tan\alpha + 3 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\alpha = \tan^{-1}(2)$ බව පෙන්වන්න.

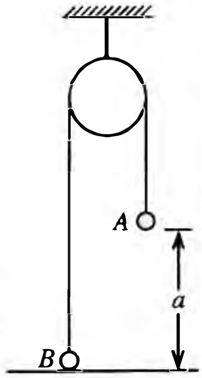


[තුන්වැනි පිටුව බලන්න.

විභාග අංකය

3. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි A අංශුව තිරස් ගෙබිමක සිට a උසකින් ඇතිවද B අංශුව ගෙබිම ස්පර්ශ කරමින් ද සමතුලිතතාවයේ පිහිටා ඇත. දැන්, A අංශුවට සිරස්ව පහළට mu ආවේගයක් දෙනු ලැබේ. ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු A අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

A ට ගෙබිම වෙත ළඟා වීමට ගතවන කාලය ලියා දක්වන්න.

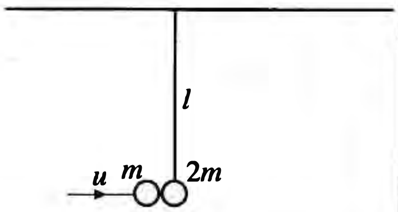


4. ස්කන්ධය 1500 kg වූ කාරයක්, විශාලත්වය 500 N වූ නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වේ. කාරයේ එන්ජිම 50 kW ජවයකින් ක්‍රියාකරමින් කාරය 25 $m\,s^{-1}$ වේගයෙන් ධාවනය වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න.

මෙම මොහොතේ දී කාරයේ එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කරනු ලැබේ. එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කළ මොහොතේ සිට තත්පර 50 කට පසු කාරයේ වේගය සොයන්න.

[හතරවැනි පිටුව බලන්න.

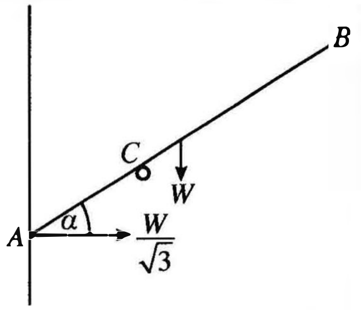
5. දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් තිරස් සිවිලිමක නිදහසේ එල්ලා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් සමතුලිතතාවයේ පවතී. u ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාවකින් චලනය වන ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක්, P අංශුව සමග ගැටී එයට හා වේ. ගැටුමට පසුව ද තන්තුව තදව පවතින අතර සංයුක්ත අංශුව සිවිලිමට යාන්තමින් ළඟා වේ. $u=\sqrt{18gl}$ බව පෙන්වන්න.



6. $\alpha > 0$ හා සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}$ හා $\alpha\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු $AC:CB = 1:2$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. AB ට OC ලම්බ යැයි දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.

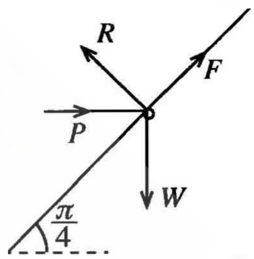
[පස්වැනි පිටුව බලන්න.

7. දිග $2a$ හා බර W වූ ACB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහි ව C හි තබා ඇති සුමට නාදැත්තක් මගින් සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. A හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W}{\sqrt{3}}$ බව දී ඇත. දණ්ඩ තිරස සමග සාදන α කෝණය $\frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.



$AC = \frac{3}{4}a$ බව ද පෙන්වන්න.

8. බර W වූ කුඩා පබළුවක් තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත අචල, රළු, සෘජු කම්බියකට අමුණා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි විශාලත්වය P වූ තිරස් බලයක් මගින් පබළුව සමතුලිතව තබා ඇත. පබළුව හා කම්බිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. පබළුව මත ඝර්ෂණ බලය F හා අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව R නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ P හා W ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.



$\frac{F}{R} = \frac{W-P}{W+P}$ බව දී ඇත. $\frac{W}{3} \leq P \leq 3W$ බව පෙන්වන්න.

[ඉයවැනි පිටුව බලන්න.

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B \mid A)=\frac{1}{4}$ හා $P(A \cup B)=\frac{4}{5}$ බව දී ඇත. $P(B)$ සොයන්න.

A හා B සිද්ධි ස්වායත්ත **නොවන** බව පෙන්වන්න.

10. එක එකක් 10 ට අඩු හෝ සමාන ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ 5 ක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය යන එක එකක් 6 ට සමාන වේ. නිරීක්ෂණවල පරාසය 9 වේ. මෙම නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

* *

[හත්වැනි පිටුව බලන්න.

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

නව නිර්දේශය/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

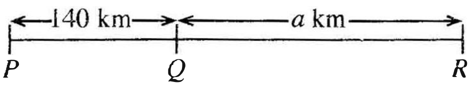
10 S II

B කොටස

※ ප්‍රශ්න **පහකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි g මගින් ගුරුත්වජ ත්වරණය දැක්වෙයි.)

11. (*a*) රූපයෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි P, Q හා R දුම්රිය ස්ථාන තුනක් $PQ = 140$ km හා $QR = a$ km වන පරිදි සරල රේඛාවක පිහිටා ඇත. කාලය $t = 0$ දී A දුම්රියක් P හි දී නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර Q දෙසට f km h^{-2} නියත ත්වරණයෙන් පැය භාගයක් ගමන් කර කාලය $t = \frac{1}{2}$ h හි දී එයට තිබූ ප්‍රවේගය පැය තුනක කාලයක් පවත්වාගෙන යයි. ඉන්පසු එය f km h^{-2} නියත මන්දනයෙන් ගමන් කර Q හි දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. කාලය $t = 1$ h හි දී තවත් B දුම්රියක් R හි දී නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර Q දෙසට පැය T කාලයක් $2f$ km h^{-2} නියත ත්වරණයෙන් ද ඉන්පසු f km h^{-2} නියත මන්දනයෙන් ද ගමන් කර Q හි දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. දුම්රිය දෙක ම එක ම මොහොතේ දී නිශ්චලතාවට පැමිණේ. එක ම රූපසටහනක A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.



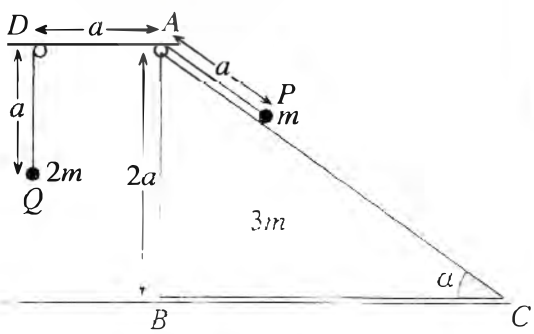
ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $f = 80$ බව පෙන්වා, T හි හා a හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u ඒකාකාර වේගයෙන් බටහිර දෙසට යාත්‍රා කරන අතර බෝට්ටුවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $\frac{u}{2}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී, බෝට්ටුවෙන් d දුරකින් උතුරෙන් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{3}$ ක කෝණයකින් නැව පිහිටයි.

(i) බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව උතුරෙන් බටහිරට $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරයි නම් බෝට්ටුවට නැව අල්ලාගත හැකි බව පෙන්වා, එයට නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\frac{2d}{\sqrt{3}u}$ බව පෙන්වන්න.

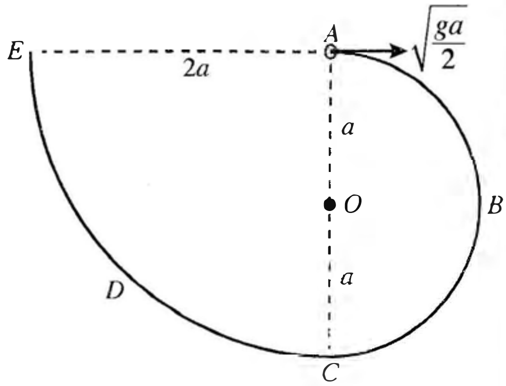
(ii) බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව උතුරෙන් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරයි නම් නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{\sqrt{7}u}{2}$ බව පෙන්වා, නැව සහ බෝට්ටුව අතර කෙටිම දුර $\frac{d}{2\sqrt{7}}$ බව පෙන්වන්න.

12. (*a*) රූපයෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, $A\hat{C}B = \alpha$, $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ හා $AB = 2a$ වූ BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AC රේඛාව, එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකි. A හා D හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මතින් යන දිග $3a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙක ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AC මත අල්වා තබා $AP = AD = DQ = a$ වන පරිදි Q අංශුව නිදහසේ එල්ලෙමින් පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව ගෙබිමට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.



[අටවැනි පිටුව බලන්න.

(*b*) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ABC කොටස O කේන්ද්‍රය හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තයක් වන අතර CDE කොටස කේන්ද්‍රය A හා අරය $2a$ වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් කොටසකි. A හා C ලක්ෂ්‍ය O හරහා යන සිරස් රේඛාවේ පිහිටන අතර, AE රේඛාව තිරස් වේ. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P පබළුවක් A හි තබා තිරස්ව $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි.

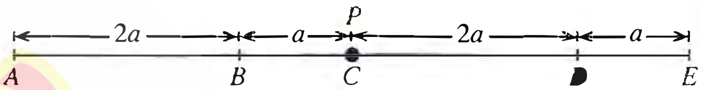


$\overrightarrow{OA}$ සමග θ $(0 \leq \theta \leq \pi)$ කෝණයක් $\overrightarrow{OP}$ සාදන විට P පබළුවේ v වේගය, $v^2 = \frac{ga}{2}(5 - 4\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඉහත පිහිටීමේ දී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, P පබළුව $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ වූ ලක්ෂ්‍යය පසු කරන විට එය එහි දිශාව වෙනස් කරන බව පෙන්වන්න.

P පබළුව E හි දී කම්බියෙන් ඉවත් වීමට මොහොතකට පෙර එහි ප්‍රවේගය ලියා දක්වා එම මොහොතේ දී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $AB = 2a, BC = a, CD = 2a$ හා $DE = a$ වන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත A, B, C, D හා E ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් සරල රේඛාවක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය kmg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් A ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට ඈඳා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වන තවත් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් E ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ඈඳා ඇත.



P අංශුව C හි අල්වා තබා මුදා හල විට, එය සමතුලිතතාවේ පවතී. k හි අගය සොයන්න.

දැන්, P අංශුව D ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන තෙක් AP තන්තුව ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. D සිට B දක්වා P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $CP = x$ වේ.

$\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් P අංශුව B ට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය $3\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි c යනු විස්තාරය වේ.

P අංශුව B වෙත ළඟා වන විට එයට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු P හි ප්‍රවේගය $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට $\sqrt{ag}$ වන පරිදි ය.

B පසු කිරීමෙන් පසු ක්ෂණික නිසලතාවට පත්වන තෙක් P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{g}{a}y = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $DP = y$ වේ.

D වලින් පටන් ගත් P අංශුව දෙවන වතාවට B වෙත පැමිණීමට ගන්නා මුළු කාලය $2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$ බව පෙන්වන්න.

[නවවැනි පිටුව බලන්න.

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

14. (*a*) **a** හා **b** යනු **ඒකක දෛශික** දෙකක් යැයි ගනිමු.

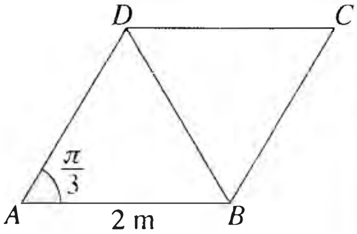
O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $12\mathbf{a}, 18\mathbf{b}$ හා $10\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ වේ.

a හා **b** ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

A, B හා C ඒක රේඛීය බව **අපෝහනය** කර, $AC : CB$ සොයන්න.

$OC = \sqrt{139}$ බව දී ඇත. $A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

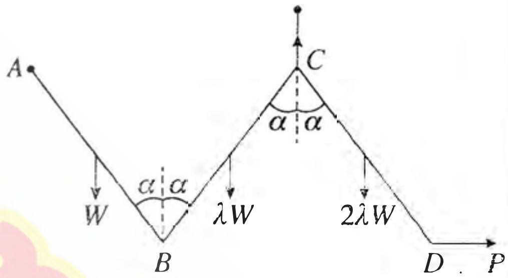
(*b*) $ABCD$ යනු $AB = 2$ m හා $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ වූ රොම්බසයකි. විශාලත්වය 10 N, 2 N, 6 N, P N හා Q N වූ බල පිළිවෙළින් AD, BA, BD, DC හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය 10 N ද එහි දිශාව BC ට සමාන්තර B සිට C අතට වූ දිශාව බව ද දී ඇත. P හා Q හි අගයන් සොයන්න.



සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාව, දික් කරන ලද BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.

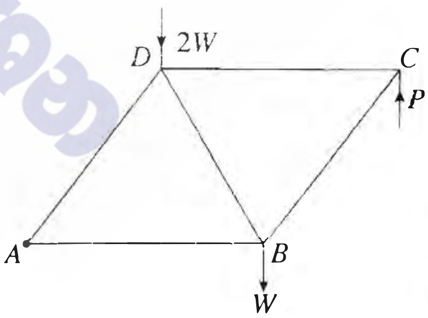
දැන්, සම්ප්‍රයුක්ත බලය A හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා යන පරිදි වාමාවර්ත අතට ක්‍රියා කරන ඝූර්ණය M Nm වූ යුග්මයක් ද CB හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන එක එකෙහි විශාලත්වය F N වූ බල දෙකක් ද පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. F හා M හි අගයන් සොයන්න.

15. (*a*) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB, BC හා CD දඬුවල බර පිළිවෙළින් $W, \lambda W$ හා $2\lambda W$ වේ. A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හා C එකම තිරස් මට්ටමේ ද දඬු එක එකක් සිරස සමග α කෝණයක් සාදන පරිදි ද C සන්ධියට හා C ට සිරස්ව ඉහළින් වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් හා D අන්තයට යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි. $\lambda = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.



B හි දී CB මගින් AB මත ඇති කරන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින් $\frac{W}{3}\tan\alpha$ හා $\frac{W}{6}$ බව ද පෙන්වන්න.

(*b*) යාබද රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත්තේ A, B, C හා D හි දී නිදහසේ සන්ධි කරන ලද එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු මගිනි. B හා D හි දී පිළිවෙළින් W හා $2W$ වන භාර ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමටව අචල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර AB තිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ C හි දී සිරස්ව ඉහළට යොදන ලද P බලයක් මගිනි. W ඇසුරෙන් P හි අගය සොයන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ **ඒ නයින්**, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.

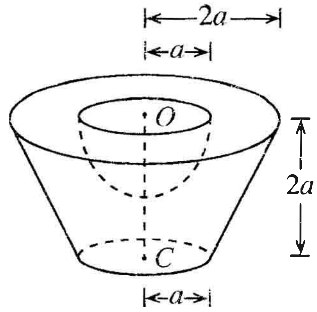
+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

16. (i) පතුලේ අරය r හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද

(ii) අරය r වන ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3r}{8}$ දුරකින් ද

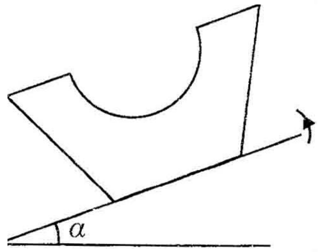
පිහිටන බව පෙන්වන්න.

පතුලේ අරය $2a$ හා උස $4a$ වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවක ඡින්නකයකින් ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කර සාදා ඇති S වංගෙඩියක් යාබද රූපයේ දැක්වේ. ඡින්නකයේ ඉහළ වෘත්තාකාර මුහුණතේ අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙළින් $2a$ හා O වන අතර පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත සඳහා ඒවා පිළිවෙළින් a හා C වේ. ඡින්නකයේ උස $2a$ වේ. ඉවත් කළ ඝන අර්ධ ගෝලයෙහි අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙළින් a හා O වේ.



S වංගෙඩියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{41}{48}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

S වංගෙඩිය, එහි පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත, තලය ස්පර්ශ කරමින් රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ. වංගෙඩිය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය 0.9 වේ. $\alpha < \tan^{-1}(0.9)$ නම්, වංගෙඩිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු තලයේ තිරසට ආනතිය වේ.



17. (*a*) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක අයිතමවලින් 50% ක් A යන්ත්‍රය නිපදවන අතර ඉතිරිය B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලැබේ. A, B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවලින් පිළිවෙළින් 1%, 3% හා 2% ක් දෝෂ සහිත බව දනිමු. සසම්භාවීව තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව 0.018 බව දී ඇත. B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවල ප්‍රතිශත සොයන්න.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත බව දී ඇති විට, එය A යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක සේවකයින් 100 දෙනකු තම නිවසේ සිට සේවා ස්ථානයට ගමන් කිරීමට ගනු ලබන කාලය (මිනිත්තුවලින්) පහත වගුවේ දී ඇත:

ගනු ලබන කාලය	සේවකයින් ගණන
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	40
60 – 80	10
80 – 100	10

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

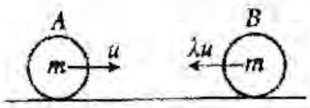
පසුව, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිටි සියලු ම සේවකයින් කර්මාන්තශාලාව ආසන්නයේ පදිංචියට ගොස් ඇත. එයින්, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 0 දක්වා ද 0 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 20 දක්වා ද වෙනස් විය.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

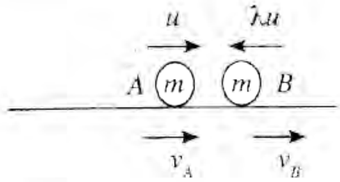
* * *

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

1. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත එකම සරල රේඛාවේ එහෙත් ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හි හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් u හා λu වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. ගැටුමට මොහොතකට පසු A හි ප්‍රවේගය සොයා $\lambda > \frac{1}{3}$ නම්, A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වන බව පෙන්වන්න.



A හා B සඳහා $\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$, $\rightarrow$ යෙදීමෙන් :



$$(mv_A + mv_B) - (mu - m\lambda u) = 0.$$

$$\therefore v_A + v_B = (1 - \lambda)u \text{ ——— } ①$$ (10) (5)+(5)

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමයෙන් :

$$v_B - v_A = \frac{1}{2}(u + \lambda u) \text{ ——— } ②$$ (5)

① − ② : $2v_A = u - \lambda u - \frac{1}{2}u - \frac{\lambda}{2}u$

$$v_A = \frac{1}{4}(1 - 3\lambda)u$$ (5)

$\lambda > \frac{1}{3}$, නම් එවිට $v_A < 0$. (5)

$\therefore$ A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවිරුද්ධ වේ.

① + ② ; $2V_B = \frac{3}{2}u - \frac{\lambda u}{2} = \frac{u}{2}(3 - \lambda) \Rightarrow V_B = \frac{u}{4}(3 - \lambda)$

①න් ; $V_A = (1 - \lambda)u - V_B$

$$= u - \lambda u - \frac{3u}{4} + \frac{\lambda u}{4}$$

$$= \frac{u}{4} - \frac{3\lambda u}{4}$$

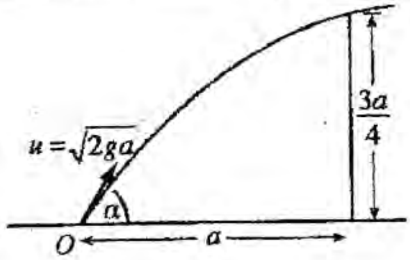
$$= \frac{u}{4}(1 - 3\lambda)$$

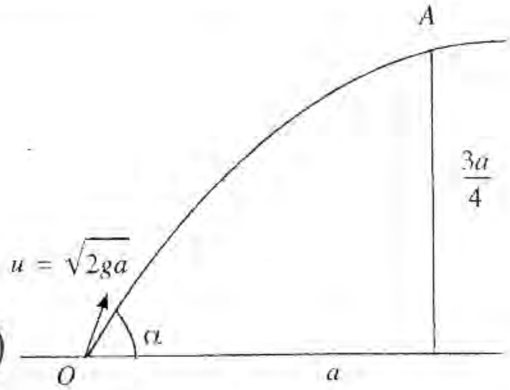
PADANAMA PUBLICATION

2. අංශුවක් තිරස් ගෙබිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට $u=\sqrt{2ga}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට $\alpha\left(0<\alpha<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව, O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස $\frac{3a}{4}$ වූ සිරස් බිත්තියකට යාන්තමින් ඉහළින් යයි.

$\sec^2\alpha - 4\tan\alpha + 3 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\alpha = \tan^{-1}(2)$ බව පෙන්වන්න.





O සිට A දක්වා ගතවූ කාලය t යැයි ගනිමු.

$S = ut + \frac{1}{2}at^2$ යෙදීමෙන්,

$\rightarrow \quad a = u\cos\alpha\, t$ ——— (1) (5)

$\uparrow \quad \frac{3a}{4} = u\sin\alpha\, t - \frac{1}{2}gt^2$ ——— (2) (5)

(1) $\Rightarrow t = \frac{a}{u\cos\alpha}$

දැන්, (2) $\Rightarrow \frac{3a}{4} = a\tan\alpha - \frac{1}{2}g\frac{a^2}{2ga\cos^2\alpha}$ (5)

t ආදේශයෙන්

$\Rightarrow \frac{3}{4} = \tan\alpha - \frac{1}{4}\sec^2\alpha$

$\Rightarrow \sec^2\alpha - 4\tan\alpha + 3 = 0$ (5)

$\Rightarrow (1+\tan^2\alpha) - 4\tan\alpha + 3 = 0$

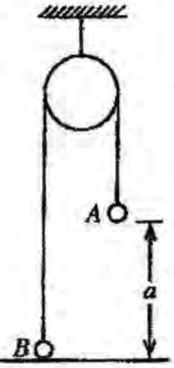
$\Rightarrow \tan^2\alpha - 4\tan\alpha + 4 = 0$

$\Rightarrow (\tan\alpha - 2)^2 = 0$

$\therefore \tan\alpha = 2$ (5)

$\therefore \alpha = \tan^{-1}(2)$.

3. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි A අංශුව තිරස් ගෙබිමක සිට a උසකින් ඇතිවද B අංශුව ගෙබිම ස්පර්ශ කරමින් ද සමතුලිතතාවයේ පිහිටා ඇත. දැන්, A අංශුවට සිරස්ව පහළට mu ආවේගයක් දෙනු ලැබේ. ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු A අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.
A ට ගෙබිම වෙත ළඟා වීමට ගතවන කාලය ලියා දක්වන්න.

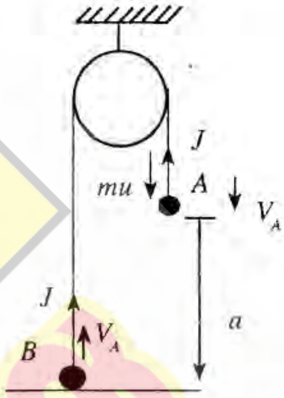


$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන්,

(A) ↓ $mu - J = mV_A$ (5)

(B) ↑ $J = mV_A$ (5)

$\therefore V_A = \frac{u}{2}$ (5)



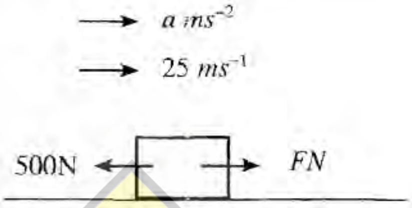
(5) තන්තුව තදව තිබීමේ අවශ්‍යතාවයට යාන්ත රූපයේ $V_A\uparrow$ $V_A\downarrow$ ලකුණු කර තිබීමට

V_1, V_2 ලෙස ලියා තිබුනිට $I = \Delta(mv)$ 5 දෙනවා $V_1 = V_2$ සඳහන් ලකුණු 5 ක්

$T = \frac{a}{V_A} = \frac{2a}{u}$ (5)

25

4. ස්කන්ධය 1500 kg වූ කාරයක්, විශාලත්වය 500 N වූ නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වේ. කාරයේ එන්ජිම 50 kW ජවයකින් ක්‍රියාකරමින් කාරය 25 m s^{-1} වේගයෙන් ධාවනය වන විට එහි ත්වරණය සොයන්න.
මෙම මොහොතේ දී කාරයේ එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කරනු ලැබේ. එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කළ මොහොතේ සිට තත්පර 50 කට පසු කාරයේ වේගය සොයන්න.



ජවය = 50kW නිසා,

$50 \times 10^3 = F \times 25$ (5)

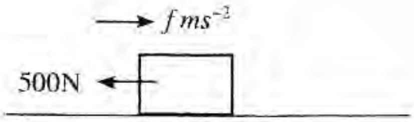
$\therefore F = 2000$

$\underline{F} = m\underline{a} \longrightarrow$ යෙදීමෙන්

$F - 500 = 1500\, a.$ (5)

$\therefore a = 1$ (5)

කාරයේ එන්ජිම නැවතුණු විට,



$\underline{F} = m\underline{a} \longrightarrow$

$-500 = 1500\, f$ (5)

$\therefore f = -\frac{1}{3}$

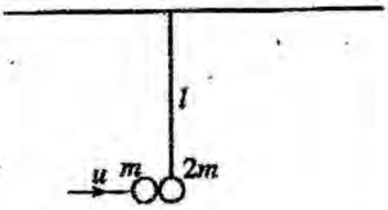
$v = u + at \longrightarrow$ යෙදීමෙන්

$v = 25 - \frac{1}{3} \times 50$

$v = \frac{25}{3}\ ms^{-1}$ (5)

+94 71 800 8533 / +94 77 088 2228 WWW.PADANAMAPUBLICATION.LK

5. දිග l වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් තිරස් සිවිලිමක නිදහසේ එල්ලා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් සමතුලිතතාවයේ පවතී. u ප්‍රවේගයෙන් තිරස් දිශාවකින් චලනය වන ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක්, P අංශුව සමග ගැටී එයට හා වේ. ගැටුමට පසුව ද තන්තුව තදව පවතින අතර සංයුක්ත අංශුව සිවිලිමට යාන්තමින් ළඟා වේ. $u = \sqrt{18gl}$ බව පෙන්වන්න.



වි.ශ. $= 0$

$\underline{I} = \Delta(m\underline{v})$ යෙදීමෙන් : m හා $2m$ $\longrightarrow$

$0 = 3mV - mu$ (5)

$\therefore V = \frac{u}{3}$ (5)

සංයුක්ත අංශුව සඳහා ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

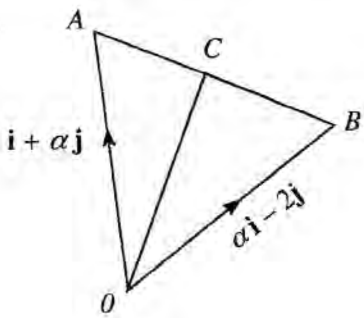
$\frac{1}{2}(3m)V^2 - 3mgl = 0.$ (10) එකක් හරි නම් 5

$\therefore V^2 = 2gl$

$\therefore \frac{u^2}{9} = 2gl$

ඒ නයින්, $u = \sqrt{18gl}$ (5)

6. $\alpha > 0$ හා සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{i}+\alpha\mathbf{j}$ හා $\alpha\mathbf{i}-2\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. C යනු $AC : CB = 1 : 2$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. AB ට OC ලම්බ යැයි දී ඇත. α හි අගය සොයන්න.



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -(\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}) + (\alpha\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) \quad \textcircled{5}$$

$$= (\alpha - 1)\,\mathbf{i} - (\alpha + 2)\,\mathbf{j}$$

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$$

$$= \overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \quad \textcircled{5}$$

$$= (\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}) + \frac{1}{3}[(\alpha - 1)\,\mathbf{i} - (\alpha + 2)\,\mathbf{j}] \quad \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{3}[(\alpha + 2)\,\mathbf{i} + 2(\alpha - 1)\,\mathbf{j}]$$

$$\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \quad \textcircled{5}$$

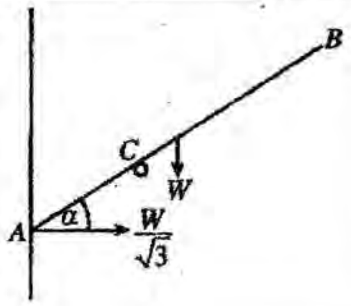
$$\Leftrightarrow (\alpha - 1)(\alpha + 2) - 2(\alpha + 2)(\alpha - 1) = 0$$

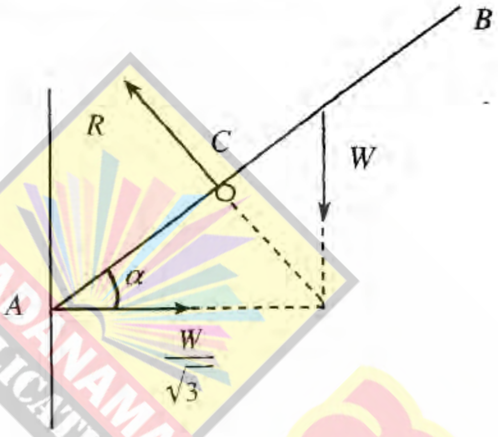
$$\Leftrightarrow (\alpha - 1)(\alpha + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 1 \quad \textcircled{5} \quad (\because \alpha > 0)$$

7. දිග $2a$ හා බර W වූ ACB ඒකාකාර දණ්ඩක් රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහි ව C හි තබා ඇති සුමට නාදැත්තක් මගින් සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. A හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W}{\sqrt{3}}$ බව දී ඇත. දණ්ඩ සිරස සමග සාදන α කෝණය $\frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

$AC = \frac{3}{4}a$ බව ද පෙන්වන්න.





දණ්ඩෙහි සමතුලිතතාව සඳහා

$$\rightarrow \quad R\sin\alpha = \frac{W}{\sqrt{3}} \quad \text{——} \ (1) \quad (5)$$

$$\uparrow \quad R\cos\alpha = W \quad \text{——} \ (2) \quad (5)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

දැන්, $(1) \Rightarrow R = \frac{2W}{\sqrt{3}}$

$$\overset{\curvearrowleft}{A} \quad R \times AC = W \times a\cos\frac{\pi}{6} \quad (\text{හෝ } Wa\cos\alpha) \quad (5)$$

$$\frac{2W}{\sqrt{3}} \times AC = W \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AC = \frac{3}{4}a \quad (5)$$

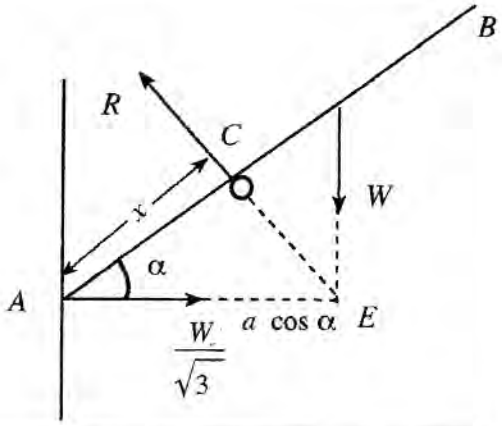
25

වෙනත් ක්‍රමයක් 1

$\nearrow AB$ $\quad \frac{W}{\sqrt{3}} \cos\alpha = W \sin\alpha$ (10)

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$ (5)



$\curvearrowright C$ $\quad \frac{W}{\sqrt{3}} \times x \sin\frac{\pi}{6} = W \times (a-x)\cos\frac{\pi}{6}$ (5) $\quad$ හෝ $x = AE \cos\alpha$

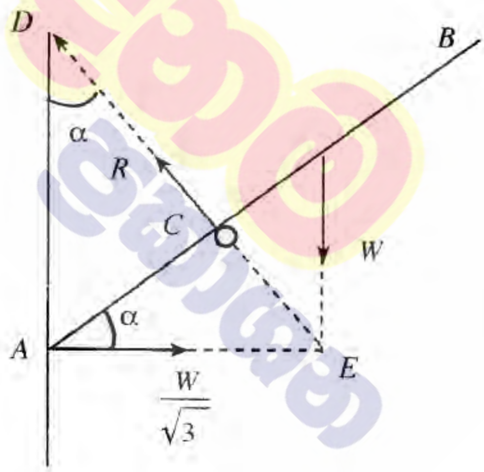
$\frac{1}{\sqrt{3}} \times x \times \frac{1}{2} = (a-x)\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = 3(a-x)$

$x = \frac{3}{4}a$ (5)

වෙනත් ක්‍රමයක් 2

ADE බල ත්‍රිකෝණයක් වේ. (5)



$\frac{\frac{W}{\sqrt{3}}}{AE} = \frac{W}{AD}$

$\frac{AE}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (5)

$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

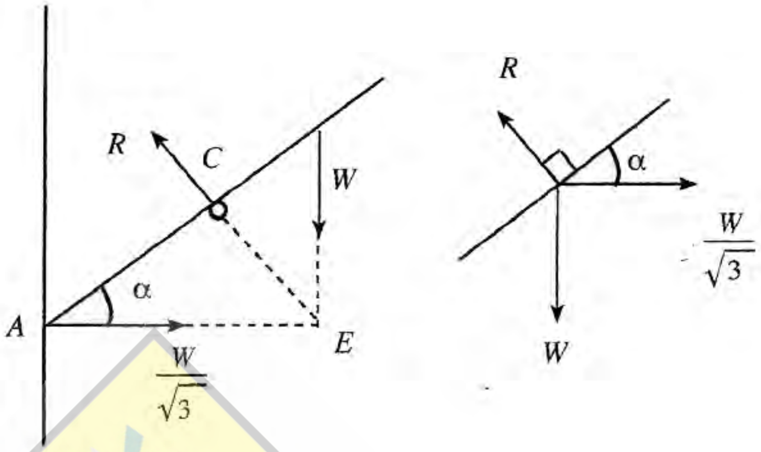
$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$ (5)

$\therefore AE = a\cos\frac{\pi}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (5)

$AC = AE \cos\frac{\pi}{6} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{3}{4}a$ (5)

වෙනත් ක්‍රමයක් 3



ලාමී නියමයෙන්,

$$\frac{W}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)} = \frac{\frac{W}{\sqrt{3}}}{\sin(\pi-\alpha)} \quad (5)$$

$$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}\sin\alpha} \quad (5)$$

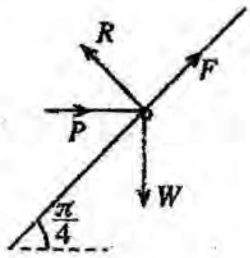
$$\Rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

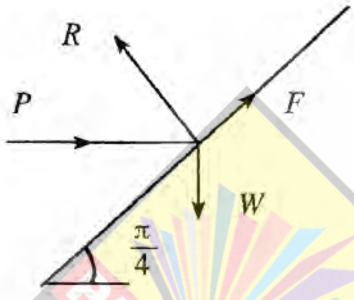
$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$AC = AE\cos\alpha$ මගින් $AC = \frac{3}{4}a$ ලැබේ. (5) + (5)

8. බර W වූ කුඩා පබළුවක් තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත අචල, රළු, සෘජු කම්බියකට අමුණා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි විශාලත්වය P වූ තිරස් බලයක් මගින් පබළුව සමතුලිතව තබා ඇත. පබළුව හා කම්බිය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ. පබළුව මත ඝර්ෂණ බලය F හා අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව R නිර්ණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සමීකරණ P හා W ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

$\frac{F}{R}=\frac{W-P}{W+P}$ බව දී ඇත. $\frac{W}{3} \le P \le 3W$ බව පෙන්වන්න.





$$F = \frac{W-P}{W+P}$$

පබලුවේ සමතුලිතතාව සඳහා

↗ $F - \frac{W}{\sqrt{2}} + \frac{P}{\sqrt{2}} = 0.$ (5) ($\cos\frac{\pi}{4}$ හෝ $\sin\frac{\pi}{4}$ සමඟ)

↖ $R - \frac{W}{\sqrt{2}} - \frac{P}{\sqrt{2}} = 0.$ (5) ($\cos\frac{\pi}{4}$ හෝ $\sin\frac{\pi}{4}$ සමඟ)

$$\mu \ge \frac{|F|}{R}$$

මාපාංකය නැත්නම් 5

$$\frac{1}{2} \ge \frac{|W-P|}{W+P}$$ (10)

සංඛ්‍යාත්මක අගය නොමැති (5) පමණි.

$$\therefore |W-P| \le \frac{1}{2}(W+P)$$

$$\therefore -\frac{1}{2}(W+P) \le W-P \le \frac{1}{2}(W+P)$$

ඒ නයින්, $\frac{W}{3} \le P \le 3W$ (5)

25

9. *A* හා *B* යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(B|A)=\frac{1}{4}$ හා $P(A\cup B)=\frac{4}{5}$ බව දී ඇත. *P*(*B*) සොයන්න.

A හා *B* සිද්ධි ස්වායත්ත නොවන බව පෙන්වන්න.

$$P(B|A) = \frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow \quad P(A\cap B) = \frac{3}{5}\times\frac{1}{4} = \frac{3}{20} \quad (5)$$

දැන්, $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$ මගින් (5)

$$\frac{4}{5} = \frac{3}{5} + P(B) - \frac{3}{20}$$ ලැබේ.

$$\therefore P(B) = \frac{16}{20} - \frac{12}{20} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20} \quad (5)$$

එවිට $P(A)\,.\,P(B) = \frac{3}{5}\times\frac{7}{20} = \frac{21}{100}$ (5)

$$\therefore \quad P(A\cap B) \neq P(A)\,.\,P(B) \quad (5)$$

$\therefore$ *A* හා *B* ස්වායත්ත නොවේ.

25

10. එක එකක් 10 ට අඩු හෝ සමාන ධන නිඛිලමය නිරීක්ෂණ 5 ක කුලකයක මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය හා මාතය යන එක එකක් 6 ට සමාන වේ. නිරීක්ෂණවල පරාසය 9 වේ. මෙම නිරීක්ෂණ පහ සොයන්න.

මාතය $= 6 \Rightarrow$ 6, 6 සංඛ්‍යාවලින් අවම වශයෙන් දෙකක් වේ. (5)

පරාසය $= 9$ හා සංඛ්‍යා ධන නිඛිල ≤ 10 වේ. කුඩාම සංඛ්‍යාව 1 හා විශාලම සංඛ්‍යාව 10 වේ. (5)

මධ්‍යස්ථය 6 වන නිසා, සංඛ්‍යා

$1, a, 6, 6, 10$ හෝ
$1, 6, 6, a, 10.$
විය යුතුය. (5) දෙකෙන් එකක් ලියුවත් (5) දෙන්න

මධ්‍යන්‍යය $= \dfrac{a+23}{5} = 6$ ලබා දෙයි. (5)

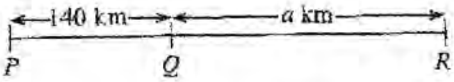
නිවැරදි වුවත් පිළිතුර පමණක් නම් (10)

$\therefore \ a = 7$ (5)

$\therefore$ සංඛ්‍යා 1, 6, 6, 7, 10 වේ.

25

11. (*a*) රූපයෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි P, Q හා R දුම්රිය ස්ථාන තුනක් $PQ = 140$ km හා $QR = a$ km වන පරිදි සරල රේඛාවක පිහිටා ඇත. කාලය $t = 0$ දී A දුම්රියක් P හි දී නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර Q දෙසට f km h^{-2} නියත ත්වරණයෙන් පැය භාගයක් ගමන් කර කාලය $t = \frac{1}{2}$ h හි දී එයට තිබූ ප්‍රවේගය පැය තුනක කාලයක් පවත්වාගෙන යයි. ඉන්පසු එය f km h^{-2} නියත මන්දනයෙන් ගමන් කර Q හි දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. කාලය $t = 1$ h හි දී තවත් B දුම්රියක් R හි දී නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කර Q දෙසට පැය T කාලයක් $2f$ km h^{-2} නියත ත්වරණයෙන් ද ඉන්පසු f km h^{-2} නියත මන්දනයෙන් ද ගමන් කර Q හි දී නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. දුම්රිය දෙක ම එක ම මොහොතේ දී නිශ්චලතාවට පැමිණේ. එක ම රූපසටහනක A හා B හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.



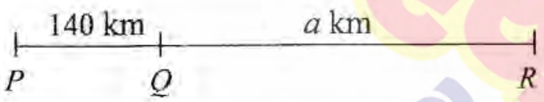
ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $f = 80$ බව පෙන්වා, T හි හා a හි අගයන් සොයන්න.

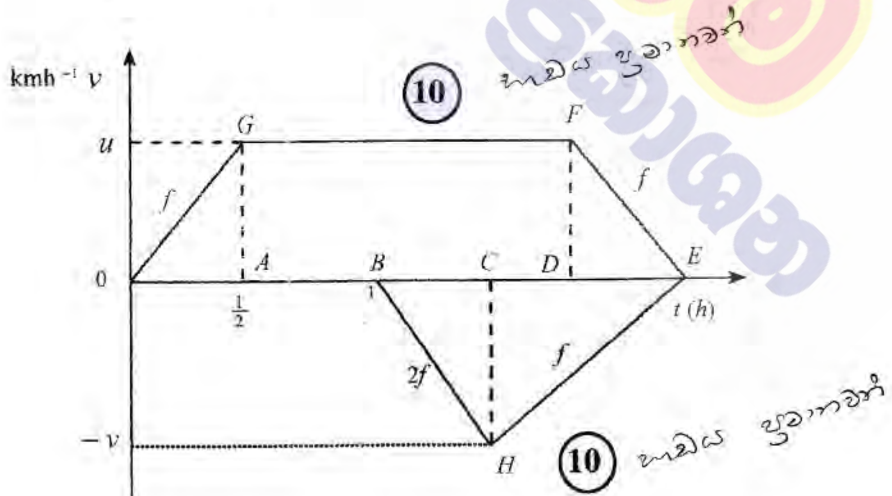
(*b*) නැවක් පොළොවට සාපේක්ෂව u ඒකාකාර වේගයෙන් බටහිර දෙසට යාත්‍රා කරන අතර බෝට්ටුවක් පොළොවට සාපේක්ෂව $\frac{u}{2}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛීය පෙතක යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතක දී, බෝට්ටුවෙන් d දුරකින් උතුරෙන් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{3}$ ක කෝණයකින් නැව පිහිටයි.

(i) බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව උතුරෙන් බටහිරට $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරයි නම් බෝට්ටුවට නැව අල්ලාගත හැකි බව පෙන්වා, එයට නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\frac{2d}{\sqrt{3}u}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) බෝට්ටුව පොළොවට සාපේක්ෂව උතුරෙන් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{6}$ ක කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරයි නම් නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ වේගය $\frac{\sqrt{7}u}{2}$ බව පෙන්වා, නැව සහ බෝට්ටුව අතර කෙටිම දුර $\frac{d}{2\sqrt{7}}$ බව පෙන්වන්න.

(*a*)





20

වෙන වෙනම ඇඳ තිබුනොත් 10 යි.
යට ප්‍රස්තාරයත් උඩට ඇඳ තිබුනොත් 5ක් අඩු කරන්න.

$\underline{\Delta\, OAG}$

$f = \dfrac{u}{\frac{1}{2}}$

$\therefore \quad f = 2u$ (5)

$\Delta\, OAG \cong \Delta\, DEF$

$\therefore\ DE = \dfrac{1}{2}$ (5)

$OEFG$ trapeziyame wargaphalaya = 140 (5)

$\dfrac{1}{2}\,(4+3)\,u = 140$ (5)

$\therefore\ u = 40$

$\therefore\ f = 80.$ (5)

25

$\underline{\Delta\, BHC}$

$2f = \dfrac{V}{T} \Rightarrow 160 = \dfrac{V}{T}$ (5)

$\underline{\Delta\, ECH}$

$f = \dfrac{V}{CE} \Rightarrow 80 = \dfrac{V}{CE}$ (5)

$\therefore\ CE = 2T$ (5)

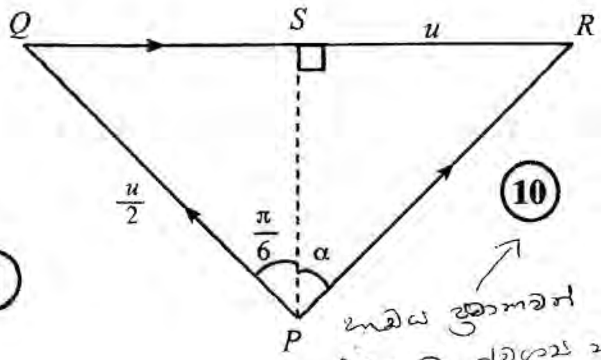
$\therefore\ 3T = 3$ හා $T = 1.$ (5) තවද $V = 160.$

a = BHE ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ගඵලය $= \dfrac{1}{2} \times 3 \times 160$

$= 240$ (5)

25

(b) $\mathbf{V}(S, E) = \leftarrow u$ (5)



(i) $\mathbf{V}(B, E) = \frac{u}{2}$ ↖ $\frac{\pi}{6}$ (5)

$\mathbf{V}(B, S) = \mathbf{V}(B, E) + \mathbf{V}(E, S)$ (5)

$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$

$= \overrightarrow{PR}$

$QS = \frac{u}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{u}{4}$

$\therefore SR = \frac{3u}{4}$

$SP = \frac{u}{2} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}u}{4}$

$\tan\alpha = \frac{SR}{SP} = \frac{3u}{4} \times \frac{4}{\sqrt{3}u} = \sqrt{3}$ (5) + (5)

$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}$ (5)

∴ බෝට්ටුවට නැව අල්ලා ගත හැකිය.

40

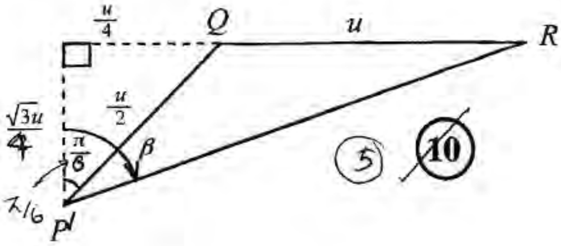
$Q\hat{P}R = \frac{\pi}{2}$

$\therefore PR = \frac{\sqrt{3}\,u}{2}$ (5)

$t = \frac{d}{PR} = \frac{2d}{\sqrt{3}\,u}$ (5)

10

(ii) $\mathbf{V}(B, E) = \nearrow \frac{u}{2}$ (at angle $\frac{\pi}{6}$ to the vertical) ⑤

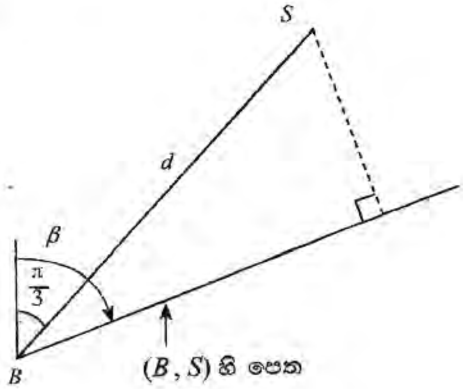


$\mathbf{V}(B, S) = \mathbf{V}(B, E) + \mathbf{V}(E, S)$

(ii) කොටසේ හෝ ලිය රූප සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය ලියා ඇත්නම් ⑤ දෙන්න. එම කොටසට (i) කොටසේ ලකුණු ලබාගත.

$= \overrightarrow{P'Q} + \overrightarrow{QR}$

$= \overrightarrow{P'R}$



ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයෙන්,

$\sin\beta = \dfrac{5}{2\sqrt{7}}$ හා $\cos\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$ වේ.

කෙටිම දුර $= d\sin\left(\beta - \dfrac{\pi}{3}\right)$ ⑤

$= d\left(\sin\beta\cos\dfrac{\pi}{3} - \cos\beta\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$ ~~⑤~~

$= d\left(\dfrac{5}{4\sqrt{7}} - \dfrac{3}{4\sqrt{7}}\right)$

$= \dfrac{d}{2\sqrt{7}}$ ⑤

30

$P'R^2 = \left(\dfrac{\sqrt{3}u}{4}\right)^2 + \left(\dfrac{u}{4} + u\right)^2$ ⑤

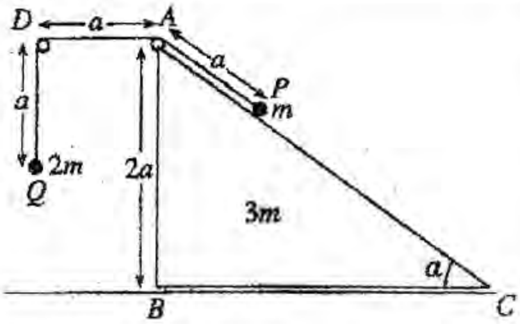
$= \dfrac{3u^2}{16} + \dfrac{25u^2}{16}$

$= \dfrac{28u^2}{16}$

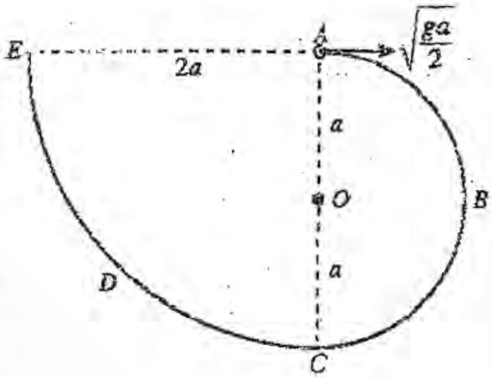
$= \dfrac{7u^2}{4}$

$P'R = \dfrac{\sqrt{7}u}{2}$ ⑤

12.(a) රූපයෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, $A\hat{C}B=\alpha$, $A\hat{B}C=\frac{\pi}{2}$ හා $AB=2a$ වූ BC අඩංගු මුහුණත සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය $3m$ වන සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AC රේඛාව, එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වේ. D ලක්ෂ්‍යය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තලයෙහි වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකි. A හා D හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කප්පි දෙකක් මතින් යන දිග $3a$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m හා $2m$ වූ P හා Q අංශු දෙක ඈඳා ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි P අංශුව AC මත අල්වා තබා $AP=AD=DQ=a$ වන පරිදි Q අංශුව නිදහසේ එල්ලෙමින් පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව ගෙබිමට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.



(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ABC කොටස O කේන්ද්‍රය හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තයක් වන අතර CDE කොටස කේන්ද්‍රය A හා අරය $2a$ වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් කොටසකි. A හා C ලක්ෂ්‍ය O හරහා යන සිරස් රේඛාවේ පිහිටන අතර, AE රේඛාව තිරස් වේ. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P පබළුවක් A හි තබා තිරස්ව $\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි.

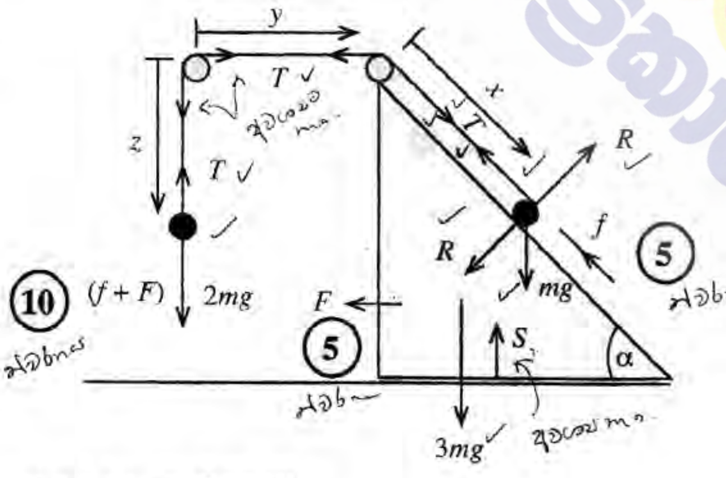


$\overrightarrow{OA}$ සමග $\theta\ (0 \le \theta \le \pi)$ කෝණයක් $\overrightarrow{OP}$ සාදන විට P පබළුවේ v වේගය, $v^2=\frac{ga}{2}(5-4\cos\theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඉහත පිහිටීමේ දී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, P පබළුව $\theta=\cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ වූ ලක්ෂ්‍යය පසු කරන විට එය එහි දිශාව වෙනස් කරන බව පෙන්වන්න.

P පබළුව E හි දී කම්බියෙන් ඉවත් වීමට මොහොතකට පෙර එහි ප්‍රවේගය ලියා දක්වා එම මොහොතේ දී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(a)



බල 15

R දෙකට ලකුණු නැත්නම් 5 ක් අඩු කරන්න.

$x+y+z$ = නියතයකි.

$\ddot{z} = -\ddot{x}-\ddot{y}$

$= f + F$

$\underline{F} = m\underline{a}$ යෙදීමෙන්

(2m) $\downarrow$ සඳහා $2mg - T = 2m(f + F)$ (10)

(m) $\nwarrow$ සඳහා $T - mg\sin\alpha = m(f + F\cos\alpha)$ (10)

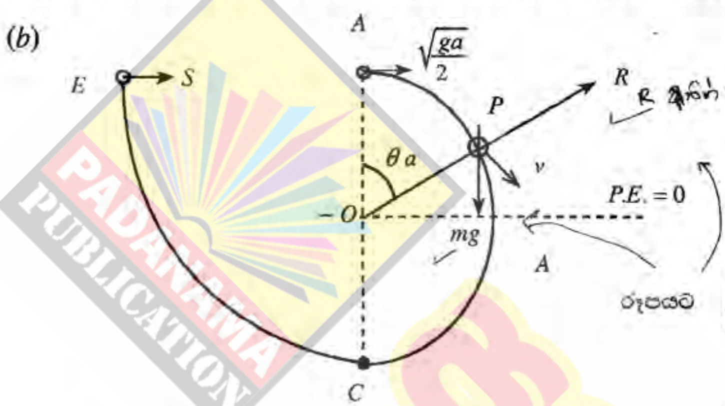
(m) හා (3m) $\leftarrow$ සඳහා $T = 3mF + m(F + f\cos\alpha)$ (15)

(2m) $\downarrow$ $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

$a = \frac{1}{2}(f + F)t^2$, මෙහි t යනු ගන්නා කාලය වේ. (10)

80

(b)



රූපයට (10)

ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මමයය යෙදීමෙන් P.E. + K.E. + සමීකරණය (5) (5) (5)

$\frac{1}{2}mv^2 + mga\cos\theta = \frac{1}{2}m\left(\frac{ga}{2}\right) + mga.$

$\therefore 2v^2 + 4ga\cos\theta = 5ga$

$\therefore v^2 = \frac{ga}{2}(5 - 4\cos\theta)$ (5)

30

වෘත්ත චලිතය සඳහා $\underline{F} = m\underline{a}$ $\nearrow$ යෙදීමෙන්

$R - mg\cos\theta = -m\frac{V^2}{a}$ (10)

$R = mg\cos\theta - \frac{mg}{2}(5 - 4\cos\theta)$ (5)

$= \frac{mg}{2}(6\cos\theta - 5)$

$0 < \theta < \alpha$; $R > 0$ හා $\alpha < \theta < \pi$; $R < 0$ මෙහි $\cos\alpha = \frac{5}{6}$ (5)

ඒ නයින්, පබළුව $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ ලක්ෂ්‍යය පසු කරන විට ප්‍රතික්‍රියාව එහි දිශාව වෙනස් කර ගනියි.

20

E හිදී ප්‍රවේගය w ලෙස ගනිමු.

A සිට E දක්වා ශක්ති සංස්ථිති නියමය යෙදීමෙන්, $w = \sqrt{\frac{ga}{2}} \uparrow$. (10)

$\underline{F} = m\underline{a}$ $\longrightarrow$ යෙදීමෙන්, (5)

$S = \frac{mw^2}{2a} = \frac{m\left(\sqrt{\frac{ga}{2}}\right)^2}{2a} = \frac{mg}{4}.$ (5)

20

---

13. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි $AB = 2a, BC = a,$ $CD = 2a$ හා $DE = a$ වන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත A, B, C, D හා E ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් සරල රේඛාවක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග $2a$ හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය kmg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් A ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට ඇඳා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වන තවත් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් E ලක්ෂ්‍යයට ඇඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ඇඳා ඇත.

P අංශුව C හි අල්වා තබා මුදා හල විට, එය සමතුලිතතාවේ පවතී. k හි අගය සොයන්න.

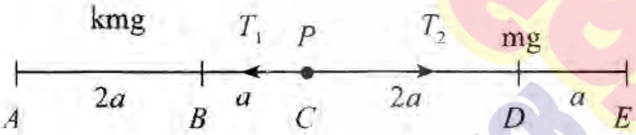
දැන්, P අංශුව D ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන තෙක් AP තන්තුව ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. D සිට B දක්වා P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $CP = x$ වේ. $\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන් P අංශුව B ට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය $3\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි c යනු විස්තාරය වේ.

P අංශුව B වෙත ළඟා වන විට එයට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු P හි ප්‍රවේගය $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට $\sqrt{ag}$ වන පරිදි ය.

B පසු කිරීමෙන් පසු ක්ෂණික නිසලතාවට පත්වන තෙක් P හි චලිත සමීකරණය $\ddot{y} + \frac{g}{a}y = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $DP = y$ වේ.

D වලින් පටන් ගත් P අංශුව දෙවන වතාවට B වෙත පැමිණීමට ගන්නා මුළු කාලය $2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$ බව පෙන්වන්න.

13.



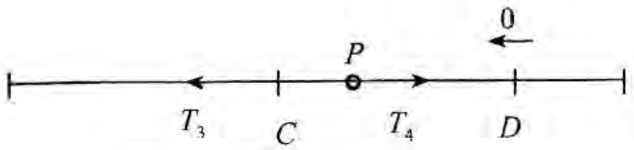
C හිදී P සමතුලිතතාවයේ පවතී.

$\therefore T_1 - T_2 = 0$ (5)

$\therefore kmg \cdot \frac{a}{2a} = mg \cdot \frac{2a}{a}$ (10) (5) (5)

$\therefore k = 4$ (5)

20



$\longrightarrow \underline{F} = m\underline{a}$ (P) සඳහා :

$-T_3 + T_4 = m\ddot{x}$ (10) / 0

$\therefore \quad -4mg.\dfrac{(a+x)}{2a} + mg.\dfrac{(2a-x)}{a} = m\ddot{x}$ (5) (5)

එවිට, $\dfrac{g}{a}\left\{-2a - 2x + 2a - x\right\} = \ddot{x}$.

$\therefore \quad \ddot{x} = \dfrac{-3g}{a}x$ (5)

$\therefore \quad \ddot{x} + \dfrac{3g}{a}x = 0$

මෙය $-a \le x \le 2a$ සඳහා වලංගු වේ.

25

මෙම ස. අ. ච. සඳහා කේන්ද්‍රය C ද $x = 2a$ වන විට $\dot{x} = 0$ වේ. (5)

$\therefore$ මෙම ස. අ. ච. හි විස්තාරය $2a$ වේ. (5)

$\therefore \quad \dot{x}^2 = \dfrac{3g}{a}(4a^2 - x^2)$ (5)

$B\ (x = -a)$ හි දී ප්‍රවේගය v යැයි ගනිමු.

එවිට $v^2 = \dfrac{3g}{a}(4a^2 - a^2)$ (5)

(20)

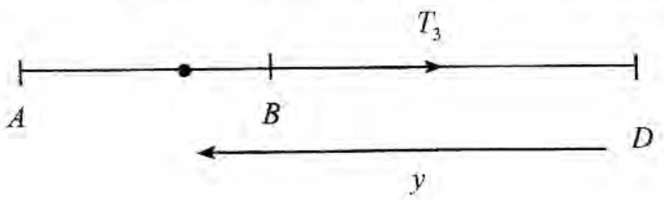
$= 9ga$

$v = 3\sqrt{ga}$ (5)

$\therefore P$ අංශුව පළමුවරට B ට ළඟාවන විට ප්‍රවේගය $3\sqrt{ga}$ වේ.

25

ආවේගය නිසා, ආවේගයට මොහොතකට පසු ප්‍රවේගය $\sqrt{ga}$ වේ.



$F = ma$

$-T_3 = m\ddot{y}$ (5)

$-mg\dfrac{y}{a} = m\ddot{y}$ (5)

$\therefore \ddot{y} = -\dfrac{g}{a}y$

හෝ $\ddot{y} + \dfrac{g}{a}y = 0$ (5)

15

මෙම ස. අ. ච. හි කේන්ද්‍රය D වේ. (5)

විස්තාරය c යැයි ගනිමු.

එවිට, $\dot{y}^2 = \dfrac{g}{a}(c^2 - y^2)$

$y = 3a$ වන විට $\dot{y} = \sqrt{ga}$ (5)

$ga = \dfrac{g}{a}(c^2 - 9a^2)$. (5)

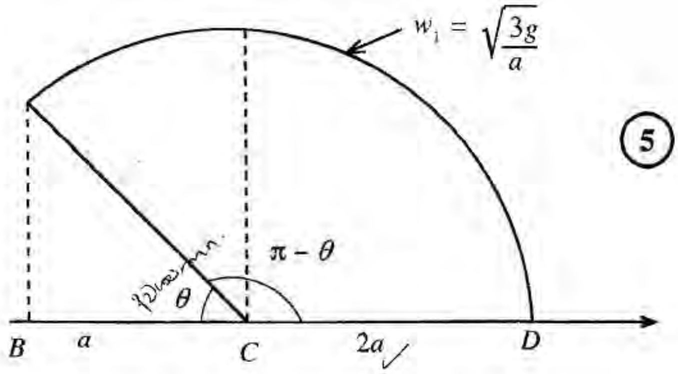
$\therefore c^2 = 10a^2$

$\therefore c = \sqrt{10}\,a$ (5)

$3a < \underbrace{\sqrt{10}\,a}_{c} < 5a$ නිසා, P අංශුව B හා A අතර F ලක්ෂ්‍යයකදී ක්ෂණික නිසලතාවට පත්වේ.

20

D සිට B ට ගන්නා ලද කාලය τ_1 යැයි ගනිමු.



(5)

$t = \dfrac{\theta}{\omega}$

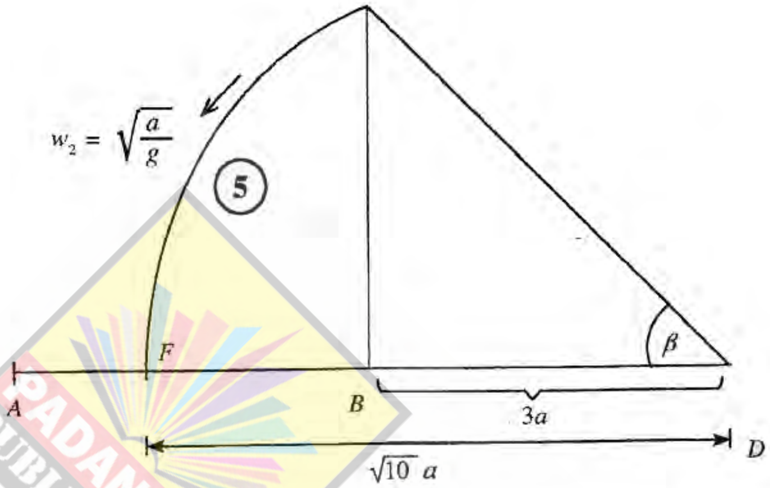
$\theta = t\omega$

$\sqrt{\dfrac{3g}{a}}\,\tau_1 = \pi - \theta,$ (5) මෙහි $\cos\theta = \dfrac{a}{2a}$

$\theta = \dfrac{\pi}{3}$ (5)

$$\tau_1 = \sqrt{\frac{a}{3g}} \times \frac{2\pi}{3}$$

$$= \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\sqrt{\frac{a}{g}} \quad (5)$$



B සිට F ට ගන්නා ලද කාලය τ_2 යැයි ගනිමු.

$\sqrt{\frac{g}{a}}\,\tau_2 = \beta$ (5) හා $\cos\beta = \frac{3a}{\sqrt{10}\,a}$

$\therefore\ \tau_2 = \sqrt{\frac{a}{g}}\cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ (5) $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

F සිට B ට ගන්නා ලද කාලය τ_3 යැයි ගනිමු. (දෙවන වතාවට B ට පැමිණීම.)

$\tau_3 = \tau_2$

$\therefore$ අවශ්‍ය කාලය $= \tau_1 + 2\tau_2$ (5)

$$= 2\sqrt{\frac{a}{g}}\left\{\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right\} \quad (5)$$

45

14. (*a*) **a** හා **b** යනු ඒකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු.

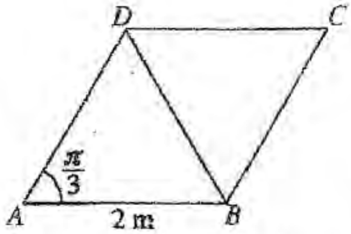
O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $12\mathbf{a}$, $18\mathbf{b}$ හා $10\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ වේ.

a හා **b** ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

A, B හා C ඒක රේඛීය බව අපෝහනය කර, $AC : CB$ සොයන්න.

$OC = \sqrt{139}$ බව දී ඇත. $A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

(*b*) $ABCD$ යනු $AB = 2$ m හා $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ වූ රොම්බසයකි. විශාලත්වය 10 N, 2 N, 6 N, P N හා Q N වූ බල පිළිවෙළින් AD, BA, BD, DC හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය 10 N ද එහි දිශාව BC ට සමාන්තර B සිට C අතට වූ දිශාව බව ද දී ඇත. P හා Q හි අගයන් සොයන්න.



සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාව, දික් කරන ලද BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.

දැන්, සම්ප්‍රයුක්ත බලය A හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා යන පරිදි වාමාවර්ත අතට ක්‍රියා කරන ඝූර්ණය M Nm වූ යුග්මයක් ද CB හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන එක එකෙහි විශාලත්වය F N වූ බල දෙකක් ද පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. F හා M හි අගයන් සොයන්න.

(*a*)
$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC}$$
$$= \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} \quad (5)$$
$$= 10\mathbf{a} + 3\mathbf{b} - 12\mathbf{a}$$
$$= -2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} \quad (5)$$

$$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC} \quad (5)$$
$$= 18\mathbf{b} - (10\mathbf{a} + 3\mathbf{b}) = -10\mathbf{a} + 15\mathbf{b} \quad (5)$$

20

$$\overrightarrow{CB} = 5\overrightarrow{AC} \quad (5)$$

$\therefore$ A, B හා C ඒක රේඛීය වන අතර, (5)

$AC : CB = 1 : 5$ (5) දෛශික බෙදීම ලියා තිබුණොත් ලකුණු 5 නැත.

15

දෛශික ලකුණ යොදා නැත්නම් ලකුණු 5ක් අඩු කරන්න

$OC = \sqrt{139} \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OC} = 139$ (5)

$(10\mathbf{a} + 3\mathbf{b}) \cdot (10\mathbf{a} + 3\mathbf{b}) = 139$ (5)

$100\,|\mathbf{a}|^2 + 60\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + 9\,|\mathbf{b}|^2 = 139$ (5)

$60\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 30$

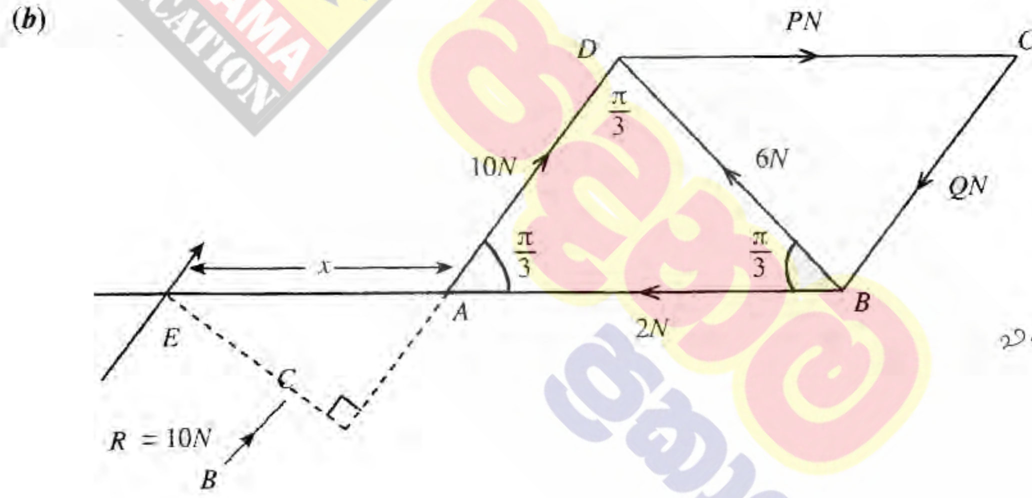
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \frac{1}{2}$ (5)

$|\mathbf{a}|\ |\mathbf{b}|\ \cos A\hat{O}B = \frac{1}{2}$ (5)

$\therefore A\hat{O}B = \frac{\pi}{3}$ (5)

30

(*b*)



(10) / 0

ඊතල බල ලකුණු කිරීම එක බලයක්වත් අඩුනම් 0

$\uparrow \quad 10 \sin \frac{\pi}{3} = 10 \sin \frac{\pi}{3} - Q \sin \frac{\pi}{3} + 6 \sin \frac{\pi}{3}$ (10)

1 වැරද්දකට 5 ක් අඩු කරන්න.

$\therefore Q = 6$ (5)

$\rightarrow \quad 10 \cos \frac{\pi}{3} = P - 2 - 6 \cos \frac{\pi}{3} - 6 \cos \frac{\pi}{3} + 10 \cos \frac{\pi}{3}$ (10)

$\therefore P = 8$ (5)

40

වැරදි දෛශිකයකට අදාළ සංරචක බල විභේදනය කර ඇත්නම් 40න් 20ක් ලබාදේ. (සම්පූර්ණ 20)

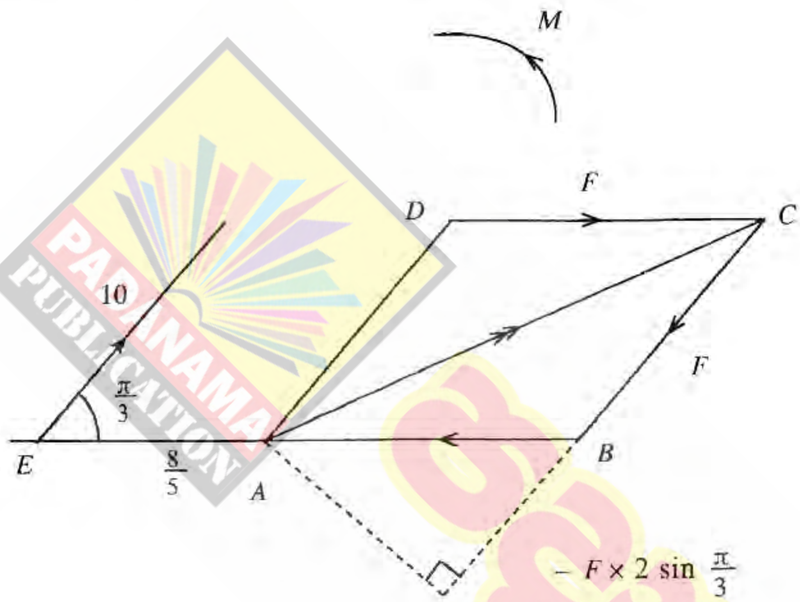
P, Q වලට බැගින් කොටස් ඝූර්ණ සමීකරණය 10 දෙනවා

$E \curvearrowright \quad 10x \sin \frac{\pi}{3} - 6x\,(2 + x) \sin \frac{\pi}{3} - 8x2 \sin \frac{\pi}{3} + 6\,(2 + x) \sin \frac{\pi}{3} = 0$ (10) / 0

$\therefore 10x \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

$\therefore x = \frac{8}{5}$ m (5)

15



x වලට බැගින් ඝූර්ණ සමීකරණය කොටස් නම් 10 දෙනවා

$A \curvearrowleft \quad -10 \times \frac{8}{5} \sin \frac{\pi}{3} + M - 2F \times 2 \sin \frac{\pi}{3} = 0$ (10) / 0

$M = F \times 2\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$ (5)

$C \curvearrowleft \quad M - 10\,(2 + \frac{8}{5}) \sin \frac{\pi}{3} = 0$ (5)

$M = 10 \times \frac{18}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

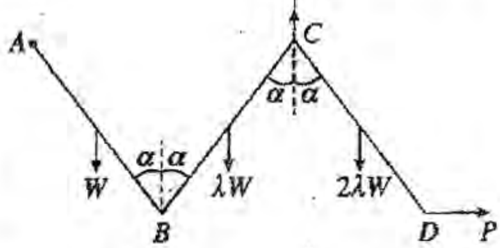
$= 18\sqrt{3}$ (5)

$F = \frac{18\sqrt{3} - 8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 5.$ (5)

30

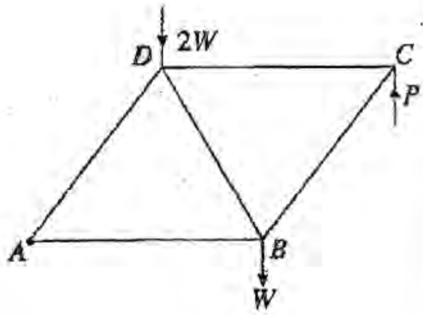
---

15. (a) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB, BC හා CD දඬුවල බර පිළිවෙළින් W, λW හා $2\lambda W$ වේ. A කෙළවර අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හා C එකම තිරස් මට්ටමේ ද දඬු එක එකක් සිරස සමග α කෝණයක් සාදන පරිදි ද C සන්ධියට හා C ට සිරස්ව ඉහළින් වූ අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් හා D අන්තයට යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි. $\lambda = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.



B හි දී CB මගින් AB මත ඇති කරන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින් $\frac{W}{3}\tan\alpha$ හා $\frac{W}{6}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) යාබද රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත්තේ A, B, C හා D හි දී නිදහසේ සන්ධි කරන ලද එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු මගිනි. B හා D හි දී පිළිවෙළින් W හා $2W$ වන භාර ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමටව අචල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර AB තිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ C හි දී සිරස්ව ඉහළට යොදන ලද P බලයක් මගිනි. W ඇසුරෙන් P හි අගය සොයන්න.

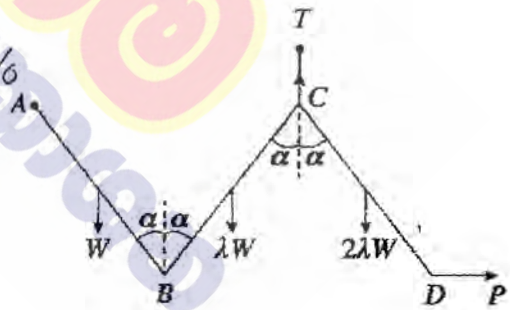


බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ, ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.

(a) CD සඳහා C වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$$C \curvearrowright \quad 2\lambda Wa \sin\alpha - P\,2a\cos\alpha = 0$$ (5) /6

$$\therefore P = \lambda W \tan\alpha$$ (5)



BC හා CD සඳහා B වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

$$B \curvearrowright \quad \lambda Wa\sin\alpha - T\,2a\sin\alpha + 2\lambda W\,3a\sin\alpha = 0$$ (10) /0

$$\therefore T = \frac{7}{2}\lambda W$$ (5)

AB, *BC* හා *CD* සඳහා *A* වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන්

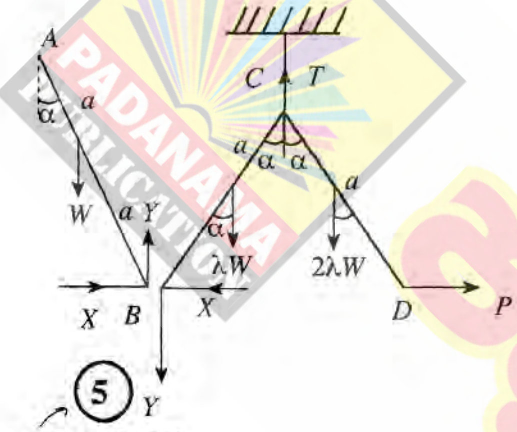
$A \curvearrowright$ $Wa \sin\alpha + \lambda W\, 3a \sin\alpha - T\, 4a \sin\alpha + 2\lambda W\, 5a \sin\alpha - P\, 2a \cos\alpha = 0$ (10)/0

$W \sin\alpha + 13\lambda W \sin\alpha - 14\lambda W \sin\alpha - \lambda W \tan\alpha\; 2\cos\alpha = 0$ (5) T, P ආදේශයට

$1 - \lambda - 2\lambda = 0$

$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{3}$ (5)

45



BC හා *CD* සඳහා

$\uparrow$ $Y + 3\lambda W - T = 0$

$\therefore Y = \frac{7}{2}\lambda W - 3\lambda W$ (5)

$= \frac{\lambda W}{2}$

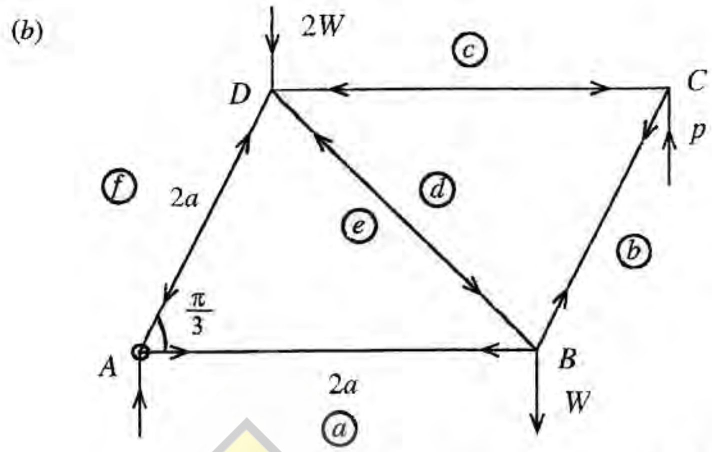
$= \frac{W}{6}$

$\leftarrow$ $X - P = 0$

$\therefore X = \frac{1}{3} W \tan\alpha$ (5)

15

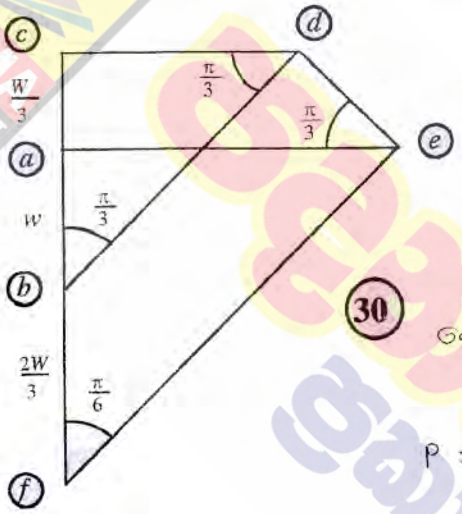
(b)



$A \curvearrowright \quad 2Wa + W2a - P3a = 0$ (5)

$\therefore \ P = \frac{4W}{3}$ (10) (5)

10



(එක් එක් සන්ධිය සඳහා 10)

(30)

30

දණ්ඩ	ආතතිය	තෙරපුම	
AB	$\frac{5\sqrt{3}\,W}{9}$	–	(5) + (5)
BC	$\frac{8\sqrt{3}\,W}{9}$	–	(5) + (5)
CD	–	$\frac{4\sqrt{3}\,W}{9}$	(5) + (5)
DA	–	$\frac{10\sqrt{3}\,W}{9}$	(5) + (5)
BD	–	$\frac{2\sqrt{3}\,W}{9}$	(5) + (5)

50

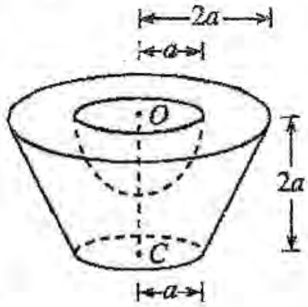
PADANAMA PUBLICATION

16. (i) පතුලේ අරය r හා උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද

(ii) අරය r වන ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3r}{8}$ දුරකින් ද

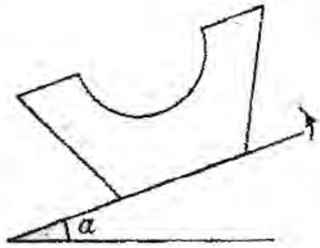
පිහිටන බව පෙන්වන්න.

පතුලේ අරය $2a$ හා උස $4a$ වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවක ඡින්නකයකින් ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කර සාදා ඇති S වංගෙඩියක් යාබද රූපයේ දැක්වේ. ඡින්නකයේ ඉහළ වෘත්තාකාර මුහුණතේ අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙළින් $2a$ හා O වන අතර පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත සඳහා ඒවා පිළිවෙළින් a හා C වේ. ඡින්නකයේ උස $2a$ වේ. ඉවත් කළ ඝන අර්ධ ගෝලයෙහි අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙළින් a හා O වේ.

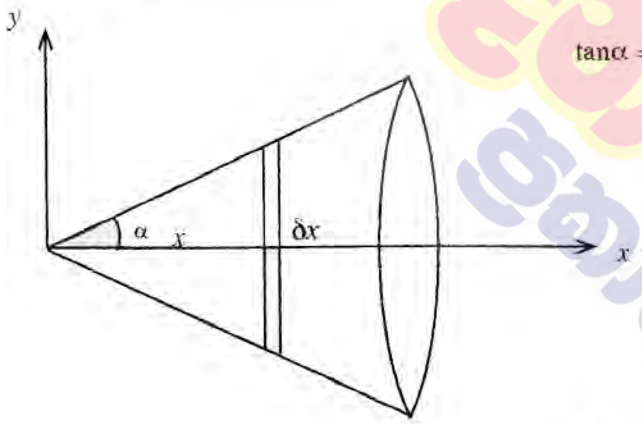


S වංගෙඩියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය O සිට $\frac{41}{48}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

S වංගෙඩිය, එහි පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත, තලය ස්පර්ශ කරමින් රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ. වංගෙඩිය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය 0.9 වේ. $\alpha < \tan^{-1}(0.9)$ නම්, වංගෙඩිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු තලයේ තිරසට ආනතිය වේ.



(i) ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුව



$\tan\alpha = \frac{r}{h}$

සමමිතියට අනුව ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\delta m = \pi (x\tan\alpha)^2\, \delta x\, \rho$, මෙහි ρ යනු ඝනත්වයයි.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^h \pi \tan^2\alpha \, \rho x^2 . x \, dx}{\int_0^h \pi \tan^2\alpha \, \rho x^2 \, dx} \quad (5) \; (5)$$

$$= \frac{\left.\frac{x^4}{4}\right|_0^h}{\left.\frac{x^3}{3}\right|_0^h} \quad (5) \; (5)$$

$$= \frac{\frac{h^4}{4}}{\frac{h^3}{3}} = \frac{3h}{4} .$$

$\therefore$ පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට දුර $= h - \frac{3h}{4}$

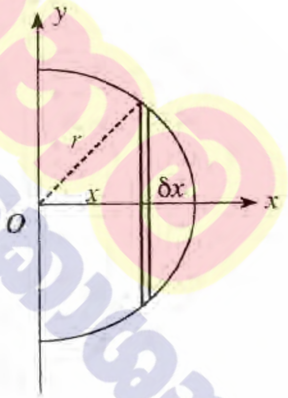
$= \frac{h}{4}$ (5)

30

(i) <u>ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලය</u>

සමමිතිය අනුව ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$\delta m = \pi (r^2 - x^2) \, \delta x \, \sigma,$



මෙහි σ යනු ඝනත්වයයි.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^r \pi (r^2 - x^2) \, \sigma x \, dx}{\int_0^r \pi (r^2 - x^2) \, \sigma \, dx} \quad (5) \; (5)$$

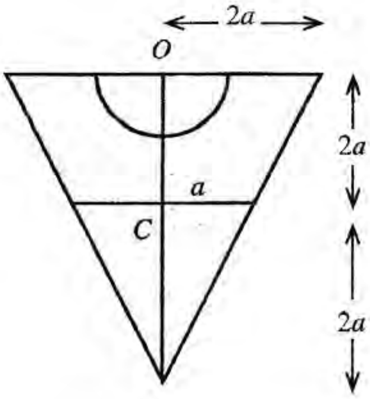
$$= \frac{\left.\left(\frac{r^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\right)\right|_0^r}{\left.\left(r^2 x - \frac{x^3}{3}\right)\right|_0^r} \quad (5) \; (5)$$

$$= \frac{\frac{r^4}{2} - \frac{r^4}{4}}{r^3 - \frac{r^3}{3}}$$

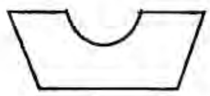
$$= \frac{3r}{8} \quad (5)$$

ρ, σ දැමීම නැත්නම් සමස්ත ලකුණුවලින් 5 ක් අඩු කරන්න.
g දැමීම නොදැමීම කමක් නැත.

30



ඝනත්වය ρ

වස්තුව	ස්කන්ධය	O සිට දුර ↓
	$\frac{16}{3}\pi a^3\rho$ (5)	a (5)
	$\frac{2}{3}\pi a^3\rho$ (5)	$\frac{5a}{2}$ (5)
	$\frac{2}{3}\pi a^3\rho$ (5)	$\frac{3a}{8}$ (5)
	$4\pi a^3\rho$ (5)	$\bar{x}$

සමමිතිය අනුව ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය සමමිතික අක්ෂය මත පිහිටයි. (5)

$$4\pi a^3\rho\,\bar{x} = \frac{16}{3}\pi a^3\rho a - \frac{2}{3}\pi a^3\rho\,\frac{5a}{2} - \frac{2}{3}\pi a^3\rho a\,\frac{3a}{8}$$ (20)

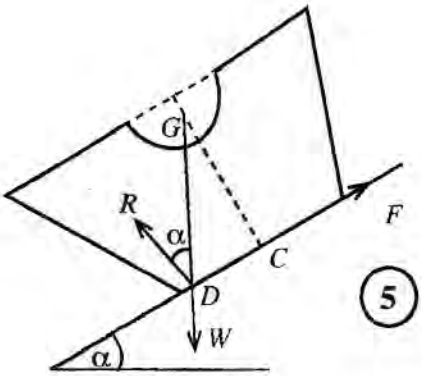
එක වැරදිනම් -5
වැරදි 2 නම් -10
වැරදි 3 නම් 0

$$4\bar{x} = \frac{16}{3}a - \frac{5a}{3} - \frac{a}{4}$$

Chart එක නැතිව equation එක 20+35 = 55 ක් ලැබෙනවා.

$$\bar{x} = \frac{41a}{48}$$ (5)

65



(5) බල ලකුණු කිරීමට

ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට	පෙරළීම වැළැක්වීමට
$\mu \geq \tan\alpha$	$CD < a$
$\therefore 0.9 \geq \tan\alpha$ (10)	$\therefore CG \tan\alpha < a.$
එනම්, $\alpha \leq \tan^{-1}(0.9)$	එනම්, $\frac{55a}{48} \tan\alpha < a$ (10)
	එනම්, $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{48}{55}\right)$

දෙකෙන් ඕනෑ එකක් තිබුණ ද 20 ම දෙන්න.

25

විස්තර - (5) + (5)

17. (a) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක අයිතමවලින් 50% ක් A යන්ත්‍රය නිපදවන අතර ඉතිරිය B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලැබේ. A, B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවලින් පිළිවෙළින් 1%, 3% හා 2% ක් දෝෂ සහිත බව දනිමු. සසම්භාවීව තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව 0.018 බව දී ඇත. B හා C යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවල ප්‍රතිශත සොයන්න.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත බව දී ඇති විට, එය A යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක සේවකයින් 100 දෙනකු තම නිවසේ සිට සේවා ස්ථානයට ගමන් කිරීමට ගනු ලබන කාලය (මිනිත්තුවලින්) පහත වගුවේ දී ඇත:

ගනු ලබන කාලය	සේවකයින් ගණන
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	40
60 – 80	10
80 – 100	10

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

පසුව, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිටි සියලු ම සේවකයින් කර්මාන්තශාලාව ආසන්නයේ පදිංචියට ගොස් ඇත. එයින්, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 0 දක්වා ද 0 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 20 දක්වා ද වෙනස් විය.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

(a)

	A	B	C
නිෂ්පාදන සම්භාවිතාව	$\frac{1}{2}$	p	$\frac{1}{2} - p$
දෝෂ ඇතිවීමේ සම්භාවිතාව	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{2}{100}$

D – සම්භාවිතාව තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත එකක් වීම

$$P(D) = P(D/A)\,P(A) + P(D/B)\,P(B) + P(D/C)\,P(C)$$ (5)

$$0.018 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{100} \times p + \frac{2}{100} \times \left(\frac{1}{2} - p\right)$$ (10)

$$3.6 = 1 + 6p + 2 - 4p$$

$$\therefore p = 0.3$$ (5)

$\therefore$ B යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද භාණ්ඩවල ප්‍රතිශතය 30% (5)

$\therefore$ C යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද භාණ්ඩවල ප්‍රතිශතය 20% (5)

25

$$P(A/D) = \frac{P(D/A)\ P(A)}{P(D)} \quad (10)$$

$$= \frac{\frac{1}{100} \times \frac{1}{2}}{0.018} \quad (5)\ (10)\ (5)$$

$$= \frac{1}{100 \times 2} \Big/ \frac{18}{1000}$$

$$= \frac{5}{18} \quad (5)$$

25

ගත්තා කාලය	f	මධ්‍ය අගය x (5)	$y = \frac{1}{10}x$	y^2	fy (5)	fy^2 (5)
0 - 20	10	10	1	1	10	10
20 - 40	30	30	3	9	90	270
40 - 60	40	50	5	25	200	1000
60 - 80	10	70	7	49	70	490
80 - 100	10	90	9	81	90	810
	100				$\sum fy = 460$ (5)	$\sum fy^2 = 2580$ (5)

$$\mu_y = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{460}{100} = \frac{23}{5} \quad (5)$$

හා

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum fy^2}{\sum f} - \mu_y^2$$

$$= \frac{2580}{100} - \left(\frac{23}{5}\right)^2 \quad (5)$$

$$= \frac{116}{25}$$

$$\therefore \sigma_y = \sqrt{\frac{116}{25}} \quad (5)$$

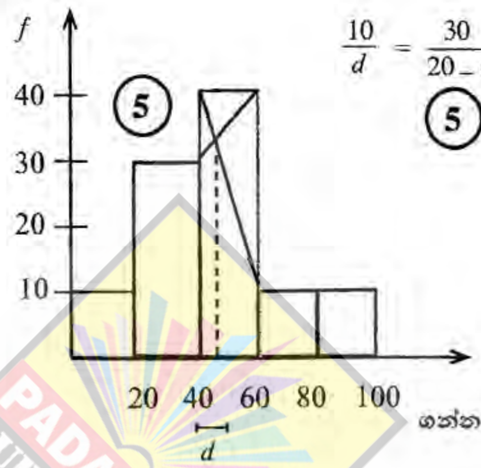
$$= \frac{2\sqrt{29}}{5}$$

- Column එකක් වැරදුනොත් ඒ (5) දෙන්නෑ. මීට අනුව එකතුව හරිනම් ඒව 5, 2 දෙනවා.
- x වලින්ම කලා නම් mean එකට 10 ක් දෙනවා s.d. එකට 15 ක් දෙනවා
- එකතුව වැරදි නම්, mean method 5, sd method 10 දෙනවා

∴ මධ්‍යන්‍යය $\mu_x = 10\mu_y = 10 \times \frac{23}{5} = 46$ (5)

∴ සම්මත අපගමනය $\sigma_x = 10\sigma_y = 10 \times \frac{2\sqrt{29}}{5} = 4\sqrt{29} \approx 21.54$ $\sqrt{464}$ (5)

මාතය



$\frac{10}{d} = \frac{30}{20-d} \Rightarrow d = 5$ ∴ මාතය $= 40 + d = 45$ (5)

(5)

See marking guide **65**

(b) නව ව්‍යාප්තිය සඳහා :

$$\mu_y = \frac{1}{100}\left[\sum_1^5 fy - f_1y_1 - f_5y_5 + 20\times 1\right]$$

$$= \frac{1}{100}[460 - 10 - 90 + 20] = \frac{380}{100}$$ (5)

$$= \frac{19}{5}$$

∴ නව මධ්‍යන්‍යය $= 10 \times \frac{19}{5} = 38$ (5)

$$\sigma_y^2 = \left[\sum_1^5 fy^2 - f_1y_1^2 - f_5y_5^2 + 20\times 1^2\right] - \left(\frac{19}{5}\right)^2$$

$$= \frac{1}{100}[2580 - 10 - 810 + 20] - \frac{361}{25}$$ (5)

$$= \frac{1780}{100} - \frac{361}{25}$$

$$= \frac{84}{25}$$

$$\therefore \quad \sigma_y = \frac{\sqrt{84}}{5} = \frac{2\sqrt{21}}{5} \quad (5)$$

$\therefore$ නව සම්මත අපගමනය $= 10 \times \frac{2\sqrt{21}}{5} = 4\sqrt{21} \approx 18.33$ (5)

මාතය වෙනස් නොවේ. (10) ($\because$ මාත පන්තියේ දෙපස සංඛ්‍යාත වෙනස් නොවේ.)

35

මාත පන්තිය $= 40 - 60$

$\Delta_1 = 40 - 30 = 10$

$\Delta_2 = 40 - 10 = 30$

$C = 20$

මාතය $= 40 + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] C$ (5) (5)

$= 40 + \left(\frac{10}{10+30}\right) \times 20$

$= 40 + 5$

$= 45$ (5)

$\bar{u} = -0.2$

d ඇසුරින් σ_u සොයුවිට $\sigma_u = 1.16$

$\sigma_u = \frac{\sum u_i^2 f_i^2}{\sum f} - \bar{u}^2$

$\sigma_x = |c| \sigma_u$

$\sigma_x^2 = c^2 \sigma_u^2$

$= 400 \times 1.16$

$= 464$

$\sigma_x = \sqrt{464}$

* $\bar{u} = \frac{\bar{x} - a}{c}$ ← උපකල්පිත මධ්‍යන්‍ය

$-0.2 = \frac{\bar{x} - 50}{20}$

$\bar{x} = 46$

* $\bar{x} = A + C \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i u_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

$C = 20, A = 50$

උසස් පෙළ සඳහා ග්‍රන්ථ නාමාවලිය

(අ.පො.ස) උසස් පෙළ
12-13 ශ්‍රේණි - කෙටි සටහන්
සිංහල මාධ්‍ය

විද්‍යා - ගණිත

- [ ] 12 සාමාන්‍ය තොරතුරු තාක්ෂණය
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 4
- [ ] 12-13 රසායන විද්‍යාව - 5
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 4
- [ ] 12-13 භෞතික විද්‍යාව - 5
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 4
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 5
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 6 (ක්‍රියාකාරී මානවයා)
- [ ] 12-13 ජීව විද්‍යාව - 7 (ක්‍රියාකාරී ශාකය)
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 1
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 2
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 3
- [ ] 12-13 කෘෂි විද්‍යාව - 4

වාණිජ්‍යය

- [ ] 12 ගිණුම්කරණය
- [ ] 13 ගිණුම්කරණය
- [ ] 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- [ ] 13 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- [ ] 12 ආර්ථික විද්‍යාව
- [ ] 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 1
- [ ] 13 ආර්ථික විද්‍යාව - 2

කලා

- [ ] 12 සිංහල
- [ ] 13 සිංහල
- [ ] 12 දේශපාලන විද්‍යාව
- [ ] 13 දේශපාලන විද්‍යාව
- [ ] 12 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- [ ] 13 ශ්‍රී ලංකා ඉතිහාසය
- [ ] 12 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- [ ] 13 ඉන්දියානු ඉතිහාසය
- [ ] 12 භූගෝල විද්‍යාව
- [ ] 13 භූගෝල විද්‍යාව
- [ ] 12 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- [ ] 13 බෞද්ධ ශිෂ්ටාචාරය
- [ ] 12 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය
- [ ] 13 සන්නිවේදන හා මාධ්‍ය අධ්‍යයනය

Grade 12-13 - Short Notes
English Medium

- [ ] 12 Accounting
- [ ] 13 Accounting
- [ ] 12 Business Studies
- [ ] 13 Business Studies
- [ ] 12 Economics

12-13 ශ්‍රේණි - ප්‍රශ්නෝත්තර
සිංහල මාධ්‍ය

- [ ] සාමාන්‍ය දැනීම
- [ ] 12 ගිණුම්කරණය - 1
- [ ] 12 ව්‍යාපාර අධ්‍යයනය
- [ ] 12 ආර්ථික විද්‍යාව

සියලු ම ශ්‍රේණි සඳහා කෙටි සටහන් සහ ප්‍රශ්න පත්‍ර පොත් අප සතුව තිබෙන අතර, මෙම ඕනෑම ග්‍රන්ථයක් වට්ටම් සහිත ව ඔබේ නිවසට ම ගෙන්වා ගත හැකි ය.